Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.) (2013). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIEd da Universidade do Minho.

A condução de discussões matemáticas como vertente da prática profissional do professor

Marisa Quaresma[1], *João Pedro da Ponte*[2]
[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, mq@campus.ul.pt
[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, jpponte@ie.ul.pt

Resumo. *Esta comunicação analisa a diversidade de ações que o professor empreende nos momentos de discussão coletiva, em aulas de natureza exploratória em que os alunos são chamados a usar estratégias próprias para resolver as tarefas propostas. A investigação é qualitativa e interpretativa, sendo os dados recolhidos por observação participante, com videogravação e transcrição das aulas observadas. Os participantes são uma professora do 6.º ano e os respetivos alunos. Os resultados mostram que a professora tem de tomar muitas decisões em relação às situações problemáticas que surgem, com especial atenção à interpretação dos enunciados e dos raciocínios e explicações dos alunos. Mostram ainda que a abordagem seguida nas aulas favorece o surgimento de desacordos e a formulação de generalizações e justificações por parte dos alunos, aspetos essenciais do raciocínio matemático.*

Palavras-chave: Discussões matemáticas; Comunicação; Raciocínio; Prática profissional; Números racionais.

Introdução

No ensino da Matemática, a abordagem exploratória pretende proporcionar aos alunos a oportunidade de enfrentarem situações para as quais não possuem um método imediato de resolução, levando-os a construir ou aprofundar a sua compreensão de conceitos, representações, procedimentos e outras ideias matemáticas. Os alunos são chamados a desempenhar um papel ativo na interpretação das questões propostas, na representação da informação dada e na conceção e concretização de estratégias de resolução que devem depois saber apresentar e justificar. Este tipo de ensino encontra o seu fundamento na distinção fundamental teorizada por Christiansen e Walther (1986) entre tarefa (o objetivo a alcançar) e atividade (o trabalho a fazer para concretizar esse objetivo). Daqui decorre naturalmente a organização do trabalho na aula de Matemática em três grandes fases (ver Ponte, 2005): (i) apresentação e interpretação da tarefa; (ii) realização da tarefa; e (iii) apresentação e discussão dos resultados e síntese final.

Neste estudo, centramos a nossa atenção no momento de discussão, no qual os alunos apresentam e justificam as suas resoluções e questionam, de forma argumentada, as resoluções dos colegas. O nosso objetivo não é estabelecer um quadro normativo, dizendo o que o professor “deve” fazer, mas sim analisar os fenómenos que têm lugar neste momento da aula, de modo a compreender as situações que ocorrem e as ações que o professor pode desenvolver perante essas situações. Neste tipo de trabalho é muito grande a diversidade de situações que podem surgir em função do nível etário dos alunos, da sua capacidade matemática, da cultura da sala de aula, dos tópicos matemáticos em estudo. Para além disso é preciso ter ainda em atenção a influência de outros fatores como as preocupações com a avaliação (tanto de alunos como de professores), as determinações da escola e do coletivo de docentes sobre a gestão curricular, os manuais escolares e outros recursos disponíveis, as condições físicas da sala de aula, etc. Deste modo, não procuramos estabelecer normas gerais abstratas, supostamente válidas para todas as situações. O nosso estudo tem um cunho essencialmente analítico, tendo em vista construir um quadro conceptual que possa ser útil na análise de situações de discussão conduzidas no quadro de uma abordagem exploratória. Nesta comunicação, especificamente, procuramos analisar a diversidade de ações que o professor é chamado a empreender nos momentos de discussão coletiva.

A dinâmica dos momentos de discussão matemática na sala de aula

Na aula de Matemática, as tarefas propostas são um ponto de partida fundamental para a aprendizagem dos alunos. Numa tarefa em que apenas está em causa a seleção e aplicação de um método de resolução já conhecido dos alunos, as questões que se colocam são sobretudo a identificação e execução desse método. Em contrapartida, uma tarefa com caraterísticas desafiantes propicia uma diversidade de estratégias que podem ser comparadas e avaliadas, originando discussões interessantes. Outro aspeto que marca decisivamente as oportunidades de aprendizagem é a comunicação que se estabelece (Bishop & Goffree, 1986; Franke, Kazemi & Battey, 2007). Os momentos de discussão coletiva são uma forma particular dessa comunicação que vem merecendo o interesse crescente da investigação em Didática da Matemática.

Cabe ao professor preparar o momento de discussão, aproveitando o melhor possível o trabalho realizado pelos alunos e o tempo de aula disponível. Para o efeito, Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) destacam a importância do professor antecipar o modo como os alunos podem pensar, monitorizar o seu trabalho, recolhendo a informação necessária, selecionar os aspetos a salientar durante a discussão e sequenciar as suas intervenções e, já durante a discussão, estabelecer conexões entre as diversas resoluções. Uma preparação feita nestas condições é um apoio importante à condução da discussão, mas esta envolve muitos aspetos para além do estabelecimento de conexões, que não podem ser previstos numa etapa prévia, que o professor tem de estar preparado para enfrentar e que, como mostra Sherin (2002), envolve a necessidade de equilibrar aspetos relativos aos conhecimentos matemáticos, o que requer a filtragem de ideias, focando a atenção dos alunos nas ideias fundamentais e, também, a atenção frequente a aspetos dos processos matemáticos.

Procurando identificar situações de discussão especialmente produtivas, tanto McCrone (2005) como Potari e Jaworski (2002) chamam a atenção para os momentos em que o professor desafia matematicamente os alunos. Wood (1999) sublinha as potencialidades da exploração de desacordos entre alunos, procurando que eles justifiquem as suas posições e encorajando os restantes alunos a associarem-se à discussão. Fraivillig, Murphy e Fuson (1999) e, posteriormente, Cengiz, Kline e Grant (2011) desenvolveram um quadro de análise para as ações do professor na condução de discussões matemáticas que distingue três tipos de ações fundamentais, visando levar os alunos a apresentar os seus métodos (*eliciting actions*), apoiar a sua compreensão concetual (*supporting actions*) e alargar ou aprofundar o seu pensamento (*extending actions*).

Pelo seu lado, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (em publicação) desenvolveram um quadro de análise que pressupõe que o professor realiza ações diretamente relacionadas com os tópicos e processos matemáticos e ações que têm a ver com a gestão da aprendizagem (Figura 1). Centrando a sua atenção nas ações relacionadas com os aspetos matemáticos, assinalam que as ações de *convidar* servem para iniciar uma discussão e as ações de *apoiar/guiar* permitem conduzir os alunos na resolução de uma tarefa através de perguntas ou observações que apontam, de forma implícita, o caminho a seguir. Nas ações de *informar*/*sugerir* o professor introduz informação, apresenta argumentos ou valida respostas dos alunos. Finalmente, nas ações de *desafiar* procura que os alunos assumam esse papel, seja na produção de novas representações, na interpretação de um enunciado, no estabelecimento de conexões, ou no estabelecimento de um raciocínio ou de uma avaliação. Em qualquer destas ações reconhecem-se aspetos fundamentais de processos matemáticos como representar (na mesma linguagem ou noutra representação), interpretar (incluindo o estabelecimento de conexões), raciocinar (incluindo fazer conjeturas e apresentar justificações) e avaliar (fazendo julgamentos gerais sobre o valor de um conceito, uma representação, uma resolução de uma tarefa).

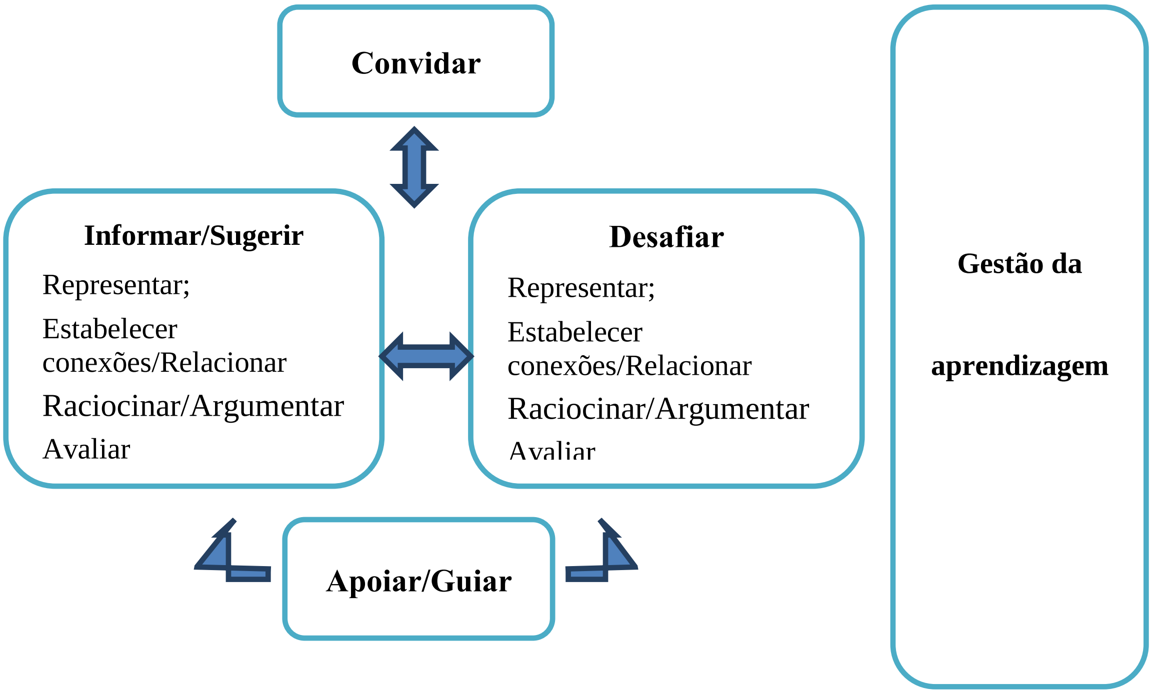

Figura 1. Quadro de análise para as ações do professor.

Metodologia de investigação

Este estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994) uma vez que pretendemos estudar as ações do professor tendo em conta o significado que este lhes atribui. Usámos observação participante (Jorgensen, 1989), metodologia que permite uma relação próxima do investigador com o objeto de estudo no seu contexto natural – os momentos de discussão coletiva das tarefas realizadas na aula.

O estudo decorreu nas aulas de uma professora do 2.º ciclo, com 6 anos de experiência, empenhada em pôr em prática aulas de natureza exploratória (primeira autora desta comunicação). Participam também os alunos de uma turma do 6.º ano de uma escola básica rural do ensino público (escola TEIP) a 50 km de Lisboa. Os pais dos alunos, em geral, são de classe baixa ou média-baixa com habilitações que não vão além do 2.º ou 3.º ciclo. A turma tem 19 alunos, dos quais 4 já reprovaram em anos anteriores, e revela reduzido empenho e poucos hábitos de trabalho.

O estudo envolve cinco aulas de 90 minutos, onde foram realizadas diversas tarefas apresentadas em três fichas de trabalho. A primeira ficha inclui questões de comparação, ordenação, adição e subtração de números racionais, a segunda visa introduzir a multiplicação de um número natural por uma fração e a multiplicação de duas frações e a terceira pretende desenvolver a noção de operador no contexto da resolução de problemas. Durante uma parte de cada uma das aulas os alunos trabalharam a pares e a professora acompanhou o trabalho dos alunos, tirando possíveis dúvidas ou desbloqueando alguns impasses. Na outra parte realizou-se uma discussão coletiva, num registo de comunicação dialógica (Ponte, 2005).

As aulas foram registadas em vídeo, sendo as discussões coletivas integralmente transcritas. A análise dos dados começou por identificar os segmentos na discussão da resolução de cada tarefa, codificando as ações do professor de acordo com as categorias apresentadas na Figura 1. De seguida, procurámos estabelecer relações entre estas ações e eventos marcantes no que respeita a interpretações, representações e raciocínio (generalizações e justificações) realizados pelos alunos. Para esta comunicação, selecionámos dois episódios onde se evidenciam vários aspetos destas relações.

Episódio 1 – Desigualdade verdadeira?

O primeiro episódio decorre durante a realização de uma tarefa (Figura 2) que solicita aos alunos que avaliem a validade de uma afirmação onde se comparam duas frações, sendo os dados apresentados e pedidos em forma de fração e o contexto puramente matemático. Destacamos neste episódio três segmentos.

Tarefa. $\frac{2}{4}$ é maior do que $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$ é maior do que $\frac{3}{4}$. Será que podemos fazer a seguinte afirmação: "Se quisermos comparar duas frações e verificarmos que uma delas tem o numerador e o denominador maiores do que a outra, podemos logo concluir que essa é a fração maior"? Justifica a tua resposta.

Figura 2. Tarefa de comparação de frações.

Apresentada a tarefa, os alunos apresentam dificuldade em compreender o que se pretende, pelo que a professora sente necessidade de promover a interpretação coletiva do enunciado e de procurar ajudar os alunos a encontrar uma estratégia de resolução:

Professora: Os dois casos são verdadeiros. E, a seguir o que eles, o que está aí é… OK, isto e isto [$\frac{2}{4} > \frac{1}{3}$ e $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$] é verdade. Eu posso dizer que sempre que o numerador e o denominador de uma fração forem maiores que o numerador e o denominador de outra fração, então esta (4/5), que tem o numerador e o denominador maiores, é sempre maior que a segunda [fração]? Isto acontece sempre?

Um aluno: Não…

Professora: Como é que vocês podem tentar perceber se acontece sempre ou não?

Daniel: Fazendo mais frações…

Professora: Encontrando outros exemplos, não é… Pode ser uma… Uma boa sugestão do Daniel, não sei (…).

A professora começa por recordar os aspetos principais do enunciado (“isto e isto é verdade”…) para depois fazer uma afirmação de natureza mais geral (“sempre que o numerador e o denominador de uma fração forem maiores…”). Os alunos conseguem perceber que $\frac{2}{4} > \frac{1}{3}$ e que $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$ mas têm dificuldade em saber o que podem fazer para saber se outras afirmações são corretas ou não. A pergunta de inquirição da professora (“Como é que vocês podem tentar perceber se acontece sempre ou não?”) é bem-sucedida, levando Daniel a sugerir uma estratégia prometedora (“fazendo mais frações”), que a professora apoia, ao mesmo tempo que aproveita para a redizer em termos formalmente mais apropriados (verificando “outros exemplos”).

Assim, neste segmento, a primeira intervenção da professora ajuda os alunos na interpretação do enunciado e é da esfera do guiar, a pergunta de inquirição do desafiar e a intervenção final do sugerir. A tónica da sua intervenção está no raciocinar, pois procura-se saber se uma dada afirmação é ou não matematicamente válida.

Um aluno, Guilherme, na sua resolução, identifica um contraexemplo para a afirmação em causa, identificando diversas frações que estão nas condições dadas (2/4, 3/5 e 3/16) mas para as quais não se verifica a desigualdade. Para comparar estas frações transforma-as em percentagem, a professora considera interessante pôr esta estratégia à consideração de toda a turma. Como vários alunos mostram dificuldade em perceber esta resolução, a professora leva-os a comparar a representação usada por Guilherme (percentagem) e a representação usada pelos restantes colegas (numeral decimal):

Professora: Então o Guilherme encontrou lá em casa uma forma de transformar as frações em percentagens e… descobriu que $\frac{2}{4}$ é 50%, certo? E o que é que vocês descobriram sobre $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{4}$ era quanto? Alguns de vocês descobriram… transformaram a fração em decimal…

Jaime: Era 0,5.

Professora: Ah… era 0,5. Então e 0,5 em percentagem é…

Guilherme: É 50%.

Professora: Ah, é 50%. Ah, então quer dizer que ele chegou à mesma conclusão do que vocês mas com uma representação diferente, e o que é que… vocês se calhar não pensaram no $\frac{3}{5}$ e no $\frac{3}{16}$, mas

> se pensarem vão perceber que é exatamente a mesma coisa. Portanto, o Guilherme gosta mais de trabalhar com as percentagens, sente-se melhor com as percentagens do que com os números decimais e então fez este esquema, para comparar, não é? Ele fez estas, ele fez este esquema para comparar as várias frações. Então, descobriu que $\frac{2}{4}$ é 50%; $\frac{3}{5}$ é 60% e $\frac{3}{16}$ é 18,75%… Porque é que tu fizeste isto Guilherme?

A professora promove o estabelecimento da relação entre a representação usada por Guilherme e pelos restantes colegas, com a pergunta final e tenta guiar o aluno, apoiando-o na explicação da sua resolução.

Assim, neste segmento a professora pede a um aluno que apresente aos colegas a sua resolução, que se revestia de assinalável originalidade, mas confronta-se com o problema do aluno manifestar grande dificuldade em explicar o seu raciocínio. Ao longo do segmento a atuação da professora alterna entre o guiar e o sugerir. A tónica das suas intervenções está no interpretar, redizendo afirmações do aluno de modo mais compreensível e mais correto, de forma a proporcionar uma interpretação e compreensão por parte dos restantes alunos da turma.

Mais adiante, a professora convida dois alunos, Edgar e Juliana, a apresentarem à turma a sua resolução, onde mostram dois contraexemplos para a afirmação proposta na forma de fração e que considera bastante interessantes. Assim, começa por pedir a Edgar que explique oralmente a sua resolução, o que se revela insuficiente dada a dificuldade de comunicação evidenciada pelo aluno. De seguida pede-lhe que escreva os seus exemplos no quadro para que os restantes colegas possam perceber melhor (Figura 3).

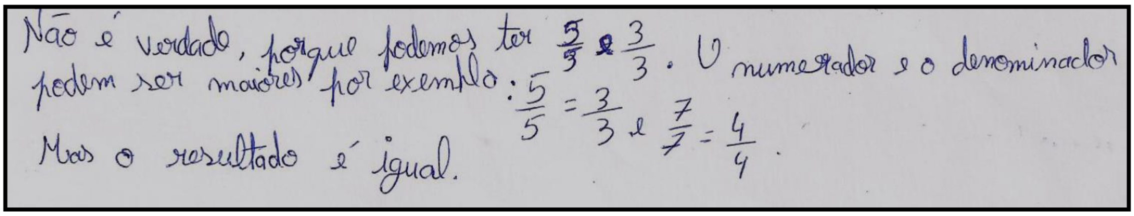
Não é verdade, porque podemos ter $\frac{5}{5}$ e $\frac{3}{3}$. O numerador e o denominador podem ser maiores por exemplo: $\frac{5}{5} = \frac{3}{3}$ e $\frac{7}{7} = \frac{4}{4}$. Mas o resultado é igual.

Figura 3. Resposta de Edgar e Juliana.

A professora pede então ao aluno que explique a sua resolução:

> *Professora*: … Vá lá… Então? Edgar, o que é que isso significa?
>
> *Edgar*: São os dois (as duas frações) 1.

Edgar e Juliana encontraram dois casos de pares de frações que satisfazem a condição dada e para os quais a desigualdade não se verifica. Tal como Guilherme, estes alunos também recorrem a exemplos concretos para avaliar a afirmação. A professora desafia então Edgar a comparar a sua resolução com a do colega:

Professora: Tu encontraste, fizeste mais ou menos a mesma coisa que o Guilherme, foi isso?

Edgar: Foi mais ou menos isso. O numerador e o denominador $\left(\frac{5}{5}\right)$ são maiores do que aquele $\left(\frac{3}{3}\right)$.

Edgar indica que encontrou um par de frações nas condições do problema dando a entender que se trata de um contraexemplo para a afirmação. Parece considerar que a comparação pedida pela professora se limita a saber se a sua resposta coincide com a de Guilherme.

A professora desafia Edgar a comparar a sua resolução com a do colega mas a resposta do aluno não traz nenhum elemento novo para a discussão. A professora procura então apoiar o aluno na continuação da sua explicação:

Professora: Explica lá Edgar, então como é que chegaste a essa conclusão? Que informação é que tens dos exemplos que foram dados? OK. Os exemplos que foram dados diziam… Sempre que o numerador e o denominador são maiores, então essa fração é maior que a outra e tu descobriste o quê? Que é verdade ou que não é verdade?

Edgar: Não é verdade.

Como o aluno usa uma resposta muito breve e não a justifica, a professora desafia-o a apresentar uma justificação para a sua afirmação.

Professora: Porquê?

Edgar: Porque… O resultado desta é maior e o numerador e o denominador são maiores… Ai. Sim!

Professora: O resultado não é maior, o resultado é igual. Apesar de ter…

Edgar: Ah, entre estas duas…

Professora: Entre essas duas, apesar de [serem] maiores os termos na primeira fração do que na segunda, o resultado é…

Edgar: Igual.

Edgar mostra dificuldade em utilizar a linguagem matemática das frações e acaba por se confundir a si próprio. A professora procura apoiá-lo a interpretar a sua própria resolução verificando que apresentou frações nas condições do enunciado e que não verificam a condição de desigualdade (mas sim a igualdade).

Finalmente, perante a conclusão do aluno, a professora incentiva-o a refletir sobre o significado e o alcance da sua conclusão:

> *Professora*: Igual, pronto, então, é um exemplo que contraria aquilo que está escrito no, no enunciado. É suficiente para ti, para dizeres que então é mentira aquilo que lá está escrito?
>
> *Edgar*: Posso… Tenho outras aqui…
>
> *Professora*: Então faz… Tens outras?
>
> *Edgar*: Iguais…
>
> *Professora*: Ah, mas são iguais a essa?
>
> *Edgar*: É 7 e 7 é igual a…
>
> *Professora*: Pronto, então a ideia é a mesma… OK. Certo.

Ainda que não verbalize uma justificação matematicamente válida, Edgar manifesta compreender que basta um contraexemplo para refutar uma afirmação ao dizer que os outros exemplos atestam a mesma coisa ("são iguais") e, por isso, não é necessário escrevê-los também. Apesar de no enunciado surgir uma fração maior do que a outra, Juliana e Edgar apresentam um contraexemplo onde as frações são iguais, o que a professora considera surpreendente.

Neste segmento a professora desafia Edgar a apresentar uma justificação para a sua afirmação e, mais adiante, quando o incentiva a refletir sobre o significado da sua conclusão. Pelo meio, para levar o aluno a explicar oralmente o seu raciocínio, realiza diversas ações da esfera do guiar e do sugerir, procurando estabelecer as bases mínimas para a discussão e assim criar as condições para que os restantes alunos cheguem à conclusão pretendida. Embora incluindo aspetos de representar e interpretar, a tónica principal deste segmento está no raciocinar, nomeadamente quando mostra exemplos que invalidam a afirmação dada.

Episódio 2 – Frações equivalentes

Este episódio tem lugar durante a realização de uma tarefa (Figura 4) em que, dada uma certa grandeza, se pede o valor correspondente a sete repetições. A situação é contextualizada, os dados são apresentados em forma de fração e não são fornecidas indicações sobre a representação a usar na resposta. Embora os alunos não tenham aprendido ainda a multiplicar um número inteiro por uma fração, espera-se que possam resolver a tarefa através de adições sucessivas ou por outra estratégia.

Tarefa. Na turma do 6.º A da escola Vasto Horizonte, a professora colocou o seguinte problema: "Todos os dias de manhã, a Raquel bebe $\frac{1}{4}$ de litro de leite. Que quantidade de leite bebe ao fim de uma semana?" Resolve tu também o problema e justifica a tua resposta.

Figura 4. Tarefa envolvendo frações equivalentes.

Duas alunas resolveram a tarefa encarando-a como uma adição sucessiva de sete frações iguais. No entanto, no decurso da sua resolução indicaram erradamente $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ como sendo $\frac{2}{8}$. A professora decidiu então lançar uma discussão sobre quanto seria $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$. Os alunos foram indicando diversas respostas, umas corretas, como $\frac{2}{4}$ e 0,50, outras incorretas como $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{8}$. Para distinguir as respostas corretas e incorretas, a professora recorre a uma representação pictórica (um retângulo dividido em partes iguais). A certa altura, Daniel, que já antes tinha apresentado uma resposta para a questão $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ como numeral decimal, (0,50), sugere agora uma nova resposta, usando uma fração, $\frac{8}{4}$, que logo emenda para $\frac{4}{8}$. A professora percebe que o aluno está a pensar em frações equivalentes a $\frac{2}{4}$ e pede-lhe uma justificação:

Daniel: Professora, eu tenho uma hipótese… Outra… $\frac{8}{4}$! Não sei como hei de dizer, é… $\frac{4}{8}$.

Professora: É $\frac{4}{8}$… exatamente, $\frac{4}{8}$ seria, seria também uma resposta. Porquê? Porque $\frac{2}{4}$ é igual a $\frac{1}{2}$? (…)

Guilherme: Porque é 0,50.

Professora: $\frac{2}{4}$, se eu tiver $\frac{2}{4}$… $\frac{1}{4}$ e mais $\frac{1}{4}$, eu tenho $\frac{1}{2}$… ou não?

Guilherme: Sim!

Professora: Então… $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$, eu posso dizer $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ é igual a $\frac{2}{4}$ e é igual a $\frac{1}{2}$…?

Perante esta resposta de Daniel, a professora decide recordar as frações equivalentes sugerindo a relação existente entre $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{2}$.

Impulsionado pela descoberta do colega e pela sugestão da professora, outro aluno, Edgar sugere uma outra fração equivalente, tendo por base uma generalização feita na aula anterior. Tem lugar o seguinte diálogo:

Edgar: Oh professora, eu sei outra…

Professora: Hum…

Edgar: 8 a dividir por 16 dá!

Professora: Também dá… (…) $\frac{8}{16}$ também dá… Sim senhor… Mais algum que também dá?

Neste ponto a professora recorda que dois alunos (Juliana e Edgar), na última aula, também tinham feito uma descoberta interessante relacionada com esta questão e incentiva-os a enunciá-la. Juliana corresponde, enunciando a generalização:

Juliana: Um número a dividir pelo seu dobro vai dar sempre a metade.

Professora: Um número a dividir pelo seu dobro vai dar sempre…

Guilherme: Vai dar sempre $\frac{1}{2}$.

Professora: Vai dar sempre a metade…

A professora desafia então os alunos a darem mais frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, ao que estes correspondem com entusiasmo:

Professora: Sim senhora… Não, mas isto assim está bem encaminhado… $\frac{2}{4}$ é igual a $\frac{1}{2}$ que é igual a $\frac{8}{16}$… E já agora quero mais uma!

Rui: Então e agora 16 a dividir por 32…

Professora: Dezasseis, trinta e dois avos. Eu já agora quero mais outra…

Alunos: 32 por 64.

Professora: Ah… sim senhor, trinta e dois, sessenta e quatro avos. Mais outra…?

Alunos: 64 e 128…

Professora: 64 e…?

Alunos: 128.

Professora: 128… avos!

Os restantes alunos da turma juntam-se à discussão sugerindo também novas frações equivalentes a $\frac{1}{2}$. Por sua vez, a professora apoia este entusiamo dos alunos e vai redizendo as suas sugestões usando a linguagem correta das frações, ao mesmo tempo que os desafia a encontrarem outras frações que satisfaçam a condição em causa.

Neste episódio muitos alunos mostram não se recordar dos procedimentos para somar duas frações com o mesmo denominador. A professora desafia-os sistematicamente a apresentarem diversas respostas para as questões que coloca, fazendo com que surjam situações de desacordo, que procura usar para levar os alunos a argumentarem e justificarem as suas sugestões. Tendo compreendido que $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ e levado pelo incentivo a apresentar outras respostas, um aluno sugere $\frac{4}{8}$ como solução possível e logo de seguida outro indica $\frac{8}{16}$. Os alunos, motivados pelo sucessivo questionamento e desafio da professora, continuam a sugerir novas respostas, usando desta vez frações equivalentes, que relacionam com uma generalização formulada por dois alunos numa aula anterior. As ações da professora mais marcantes são as de desafiar, embora se reconheça ações de convidar, apoiar/guiar e até informar/sugerir. Num primeiro momento, a professora procura levar os alunos a compreender a regra para adicionar duas frações unitárias, usando para o efeito uma representação pictórica, após o que conduz um questionamento orientado para o raciocínio, com o estabelecimento e uso de uma generalização para produzir frações equivalentes.

Conclusão

Nestes dois episódios reconhece-se uma diversidade de ações por parte da professora em momentos de discussão coletiva em que passa em revista o trabalho realizado pelos alunos sobre o qual se documentou na fase em que estes resolviam a tarefa a pares (tal como, de resto sugerem Stein et al., 2008). No primeiro episódio a professora procura que os alunos que resolveram corretamente uma questão de raciocínio a expliquem aos colegas, o que se revela uma tarefa muito mais complicada que o previsto, dada a dificuldade dos alunos em explicar oralmente o seu raciocínio. Para isso a professora usa sobretudo ações de guiar e sugerir, embora sem revelar a resolução completa. Procura, assim, tornar presentes à generalidade dos alunos da turma os elementos necessários para que possam concluir da falsidade da afirmação, apoiando-se em contraexemplos. No segundo episódio, a professora desafia os alunos a apresentarem mais do que uma resposta para as diversas questões, procurando fazer emergir situações de desacordo. Este incentivo a encontrar mais de uma resposta leva os alunos a produzirem uma sequência de frações equivalentes, que relacionam com uma generalização já formulada por dois alunos numa aula anterior. As ações da professora que se salientam são as de desafiar, sustentadas por ações dos outros tipos. Estes episódios mostram também a interligação entre aspetos de representar e interpretar, bem como a possibilidade de fazer salientar aspetos relacionados com o raciocinar, nomeadamente promovendo a formulação de generalizações e de justificações para as afirmações feitas e as regras usadas.

Os episódios da discussão apresentados incluem muitos momentos em que a professora é chamada a tomar decisões relativamente a situações imprevistas, que se constituem como problemas que ela tem de resolver no decurso da ação. Alguns destes problemas têm a ver com dificuldades dos alunos em compreender o que podem fazer perante a tarefa proposta, ou, de modo mais circunscrito, com passagens específicas de uma ou outra resolução. Outros problemas decorrem de respostas inesperadas dos alunos, uma vezes corretas e outras incorretas. Existem ainda problemas que decorrem da dificuldade dos alunos em explicar o seu raciocínio. Finalmente, outros problemas decorrem da necessidade de gerir, do modo mais produtivo, a variedade das respostas dos alunos. Estes momentos proporcionam diversas oportunidades para interpretação de enunciados e a transformação de representações (Bishop & Goffree, 1986), para aperfeiçoar a linguagem dos alunos redizendo as suas afirmações (Franke, Kazemi & Battey, 2007) para o estabelecimento de desacordos (tal como sugere Wood, 1999), e formulação de generalizações e justificações, aspetos essenciais do raciocínio matemático (Lannin, Ellis & Elliot, 2011). São momentos produtivos de trabalho que decorrem da abordagem exploratória seguida nestas aulas, em que foram propostas tarefas aos alunos que estes não poderiam resolver de uma forma imediata, mas sim recorrendo aos seus conhecimentos anteriores, e onde a comunicação na sala de aula é marcada pelo incentivo à participação dos alunos, num registo essencialmente dialógico.

Referências

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: Reidel.

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel.

Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students’ mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*, 355–374.

Fraivillig, J. L., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 148-170.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Greenwich, CT: Information Age.

Jorgensen, D. L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Newbury Park, CA: Sage.

Lannin, J., Ellis, A.B., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K-Grade 8*. Reston, VA: NCTM.

McCrone, S. S. (2005). The development of mathematical discussions: An investigation in a fifth-grade classroom. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(2), 111–133.

Potari, D., & Jaworski, B. (2002). Tackling complexity in mathematics teaching development: Using the teaching triad as a tool for reflection and analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 351-380.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (em publicação). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*.

Sherin, M. G. (2002). A balancing act: Developing a discourse community in the mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 205-233.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*, 313-340.

Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 171-191.