Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS (CÓDIGO DA PROVA 835) – 1.ª FASE – 25 DE JUNHO 2018

1.

1.1

Se queremos que a Bélgica fique em segundo lugar, o total de primeiras preferências terá que ultrapassar os 12 votos da Dinamarca e não ultrapassar os 15 votos da Croácia.

Experimentando as várias opções:

(A) 7+4=11 (< 12); (B) 7+7=14 (>12) ; (C) 7+10=17 (>15); (D) 7+11=18 (>15)

Opção: B

1.2.

Tendo em conta as primeiras preferências, a votação teve os seguintes resultados:

Bélgica: 9+7 = 16 votos

Croácia: 15 votos

Dinamarca: 12 votos

Total de votos 16+12+15 =43, logo para se obter maioria absoluta seriam precisos 22 votos, o que não é alcançado por nenhum dos países.

Eliminamos então o país com menor número de votos na primeira preferência que é a Dinamarca, sendo a respetiva tabela reestruturada da forma seguinte:

Nº votos / Preferência	9	15	12	7
1ª	Bélgica	Croácia	Croácia	Bélgica
2ª	Croácia	Bélgica	Bélgica	Croácia

A situação é agora:

Bélgica: 9+7 = 16 votos

Croácia: 15+12 = 27 votos e obtém maioria absoluta.

O país escolhido pelos alunos como destino para a sua visita de estudo foi a Croácia.

2.

Mary e Paul, secretamente, atribuíram os seguintes pontos aos bens a dividir: o CD do fado (C), a embalagem dos doces regionais (D) e a bandeira de Portugal (P).

	C	D	P	Total
Mary	33	20	47	100
Paul	56	24	20	100

Temporariamente, C e D vão para Paul e P vai para Mary.

Assim, temporariamente, o total de pontos destinado a cada um dos guias é para Paul 80 (56 + 24) pontos e para Mary, 47 pontos.

Uma vez que não há igualdade entre os pontos atribuídos a cada guia, vai-se proceder a um ajuste e o presente que vai ser utilizado para efetuar esse ajuste é a embalagem dos doces regionais, D, pois é o presente ao qual os guias atribuíram menor diferença de pontuação, sendo então os doces regionais o presente a partilhar pelos guias:

- no CD do fado, C, há 23 pontos de diferença (56 -33), na embalagem dos doces regionais, D, há 4 pontos de diferença (24 – 20) e na bandeira de Portugal, P, há 27 pontos de diferença (47 -20).

Os guias ficarão com o mesmo número de pontos se se der a seguinte igualdade:

$$80 - \frac{x}{100} \times 24 = 47 + \frac{x}{100} \times 20$$

onde x representa a percentagem da embalagem dos doces a partilhar entre Mary e Paul.

$$80 - \frac{x}{100} \times 24 = 47 + \frac{x}{100} \times 20 \Leftrightarrow$$

$$80 - 47 = \frac{x}{100} \times 20 + \frac{x}{100} \times 24 \Leftrightarrow$$

$$33 = \frac{x}{100} \times 44 \Leftrightarrow$$

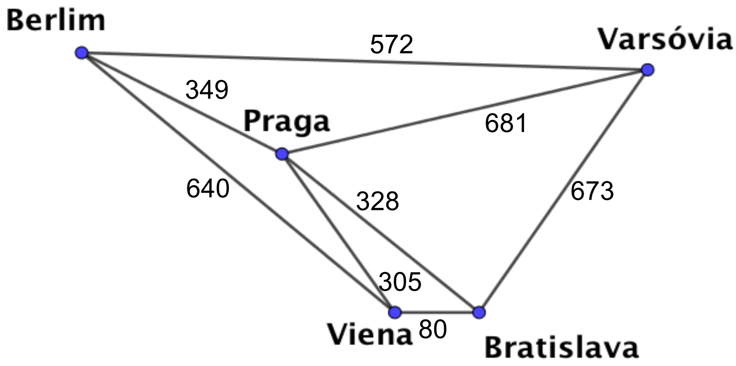
$$x = \frac{33}{44} \times 100 \Leftrightarrow$$

$$x = 75$$

Os presentes serão partilhados da seguinte forma:

Paul fica com o CD do fado, C, e 25% dos doces regionais, D, enquanto que Mary fica com a bandeira de Portugal, P, e 75% da embalagem dos doces regionais, D.

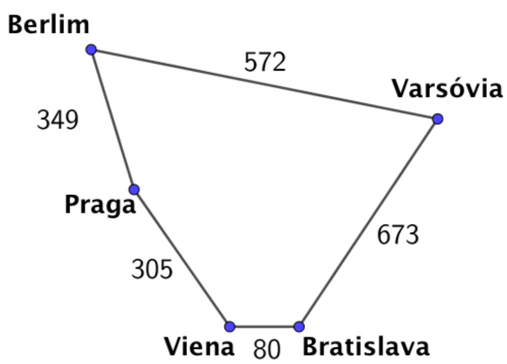
3.
Comecemos por modelar a situação descrita através de um grafo, tendo em conta que só poderemos unir as capitais cujos países tenham fronteira em comum. Assim:



De seguida, ordenemos as possíveis ligações que podem ser escolhidas pela Mariana, seguindo os passos indicados pelo algoritmo:

Bratislava – Viena - 80 km
Praga – Viena - 305 km
Bratislava – Praga - 328 km – esta não pode escolher, porque fecha um percurso sem que todos os vértices estejam incluídos.
Berlim – Praga - 349 km
Berlim – Varsóvia - 572 km
Berlim – Viena - 640 km - esta não pode escolher, porque fecha um percurso sem que todos os vértices estejam incluídos (ou porque três aresta do percurso que está a ser definido se encontravam no mesmo vértice: quer em Berlim quer em Viena)

Bratislava – Varsóvia- 673 km – e fica finalizado o percurso, não sendo possível escolher mais nenhuma.
Chegamos assim ao grafo a seguir representado:



Assim, um possível percurso que a Mariana poderá ter definido será:

Praga – Berlim – Varsóvia – Bratislava – Viena – Praga (ou o seu inverso)

4.

4.1.

90 segundos são 1,5 minutos $\rightarrow t = 1{,}5$

$A(1{,}5) \approx 1{,}295 \ \rightarrow 1295\, metros$ (valor obtido a partir da tabela de valores do modelo inserido na calculadora para X=1,5)

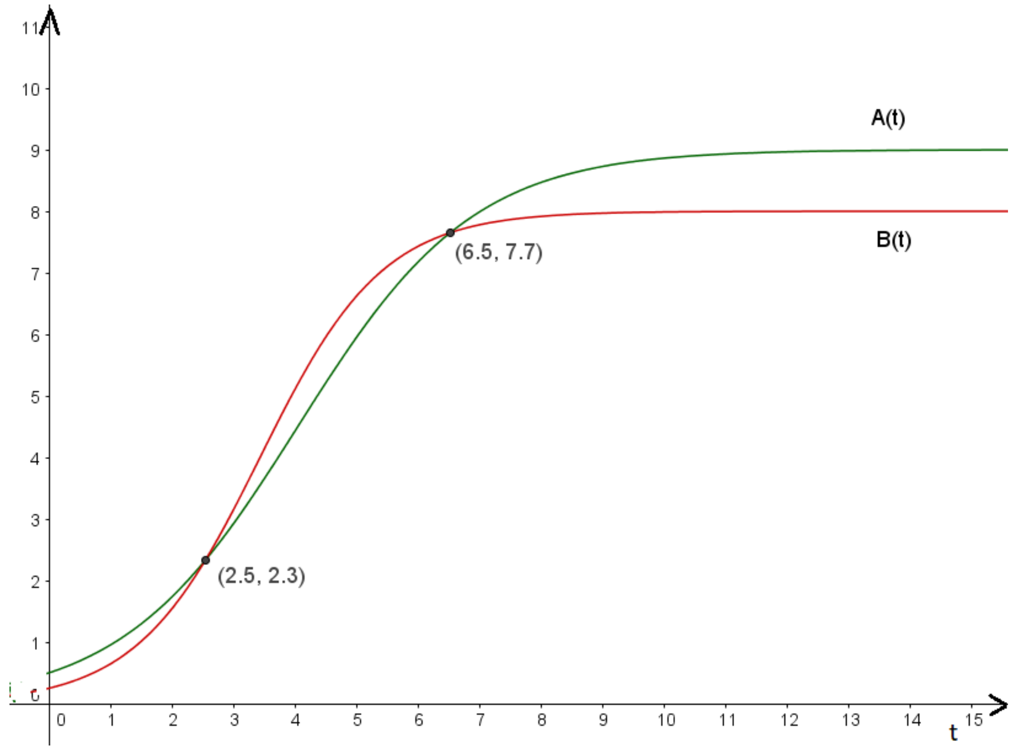
A altura efetiva do avião pode variar entre: $1295 - 10 = 1285\, metros$ e $1295 + 10 = 1305\, metros$.

4.2.

Depois de inseridos ambos os modelos fornecidos no editor de funções da calculadora, pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$x_{max} = 0 \quad y_{max} = 0$

$x_{min} = 15 \quad y_{min} = 10$



Como 6,5 - 2,5 = 4, é possível afirmar que o avião da companhia aérea *AirOnPlain* (A) voou a uma altura inferior à do avião da companhia *BeOnAir* (B) durante 4 minutos, aproximadamente.

4.3.

$A(15) \approx 8{,}9958 \ \rightarrow 8995{,}8\, metros$

Ora $\frac{8995{,}8}{12000} \approx 0{,}75$

Opção: D

5.

Valor do capital final optando pela Alternativa 1:

$C_6 = 2800\times\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{2\times 6} \approx 3551€$

Valor do capital final optando pela Alternativa 2:

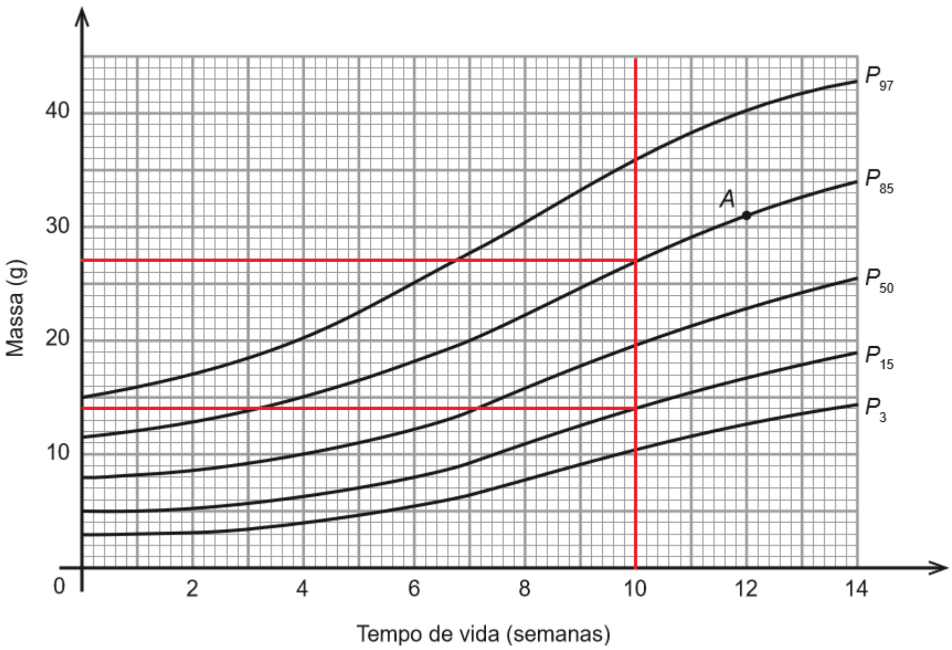
Número de UP adquiridas em 2010: $\frac{2800}{14} = 200$ UP

Dinheiro a receber pela venda em 2016: $200\times 17 = 3400$ € → Capital final

Podemos concluir que a Mariana optou pela alternativa mais rentável.

6.

6.1. Localizemos os pontos (10,14) e (10,27) no gráfico fornecido.



Podemos verificar que (10,14) pertence à linha relativa a P_{15} e o ponto (10,27) à linha correspondente a P_{85}.

Podemos então esperar que nas 500 larvas da amostra, com 10 semanas de vida, 70% (85 – 15) tenham massa compreendia entre 14 e 27 gramas. Ou seja, 350 larvas ($0{,}70\times 500$).

6.2. Se uma frequência absoluta de 3 corresponde a uma frequência relativa de 0,015 (1ª linha da tabela), significa que o número total de dados pode ser dado por $\frac{3}{0{,}015} = 200$.

Assim, a frequência absoluta acumulada da segunda classe ([5, 10[) será de 18, e a respetiva frequência relativa acumulada dada por $a = \frac{18}{200} = 0{,}09$.

Se o total de dados é de 200, a frequência absoluta acumulada da classe [25, 30[será de $200 - 5 = 195$.

Por outro lado a frequência absoluta acumulada da classe [20, 25[é dada por $0{,}9 \times 200 = 180$.

Ou seja, $b = 195 - 180 = 15$.

7.

7.1.

$\frac{1}{5} \times 60 = 12$ homens

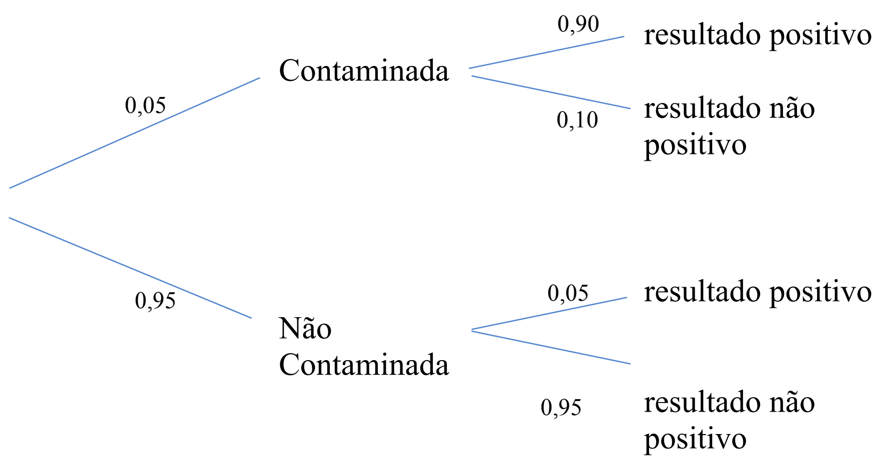
$60 - 12 = 48$ mulheres

$$P(\text{ primeiro viajante escolhido ser mulher}) = \frac{48}{60}$$

$$P(\text{ segundo viajante escolhido ser mulher}) = \frac{47}{59}$$

$$P(\text{ dois viajantes escolhidos serem mulheres}) = \frac{48 \times 47}{60 \times 59} \approx 0{,}6$$

7.2. A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama:



Seja

C: "Estar contaminado pela doença"

N: "Ter resultado não positivo no exame médico"

Pretende-se calcular $P(C|N)$.

Ora,

$P(N) = P(C) \times P(N|C) + P(\bar{C}) \times P(N|\bar{C}) = 0{,}05 \times 0{,}10 + 0{,}95 \times 0{,}95$=0,9075

Assim

$P(C|N) = \frac{P(C \cap N)}{P(N)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}10}{0{,}9075} \approx 0{,}006.$

8.

8.1.

Sabe-se que:

$n = 100$

$\hat{p} = \frac{58}{100} = 0{,}58$

Com um intervalo a 95% temos $z = 1{,}960$.

Utilizando o intervalo de confiança para a proporção temos:

$$\left]0{,}58 - 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}58\ (1 - 0{,}58)}{100}}\ ;\ 0{,}58 + 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}58\ (1 - 0{,}58)}{100}}\right[\approx]0{,}48; 0{,}68[$$

8.2.

Pelo teorema do limite central , sabemos que uma amostra de dimensão $n\,, n \geq 30$, de uma população de valor médio 1200 e desvio padrão a, pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio igual ao da população, 1200, e desvio padrão igual $\frac{a}{\sqrt{n}}$,

Neste caso, sabe-se que:

$\frac{a}{\sqrt{100}} = 8 \Leftrightarrow a = 8 \times \sqrt{100} = 80$

Opção: C

FIM